2.13.2 Taxa geométrica de crescimento

B. TAXA GEOMÉTRICA E ELASTICIDADE RENDA

Na sessão 2.6 mostrou-se o conceito de elasticidade renda da demanda. Levando em conta o consumo *per capita* de um bem ou serviço e a renda real da população consumidora deriva-se uma relação matemática entre o coeficiente de elasticidade resultante e a taxa geométrica de crescimento. Além das variáveis já consideradas no tópico A, leve em conta as seguintes:

a)	R	=	Renda total da população consumidora, referente ao ano *t*.
b)	$i_R = \Delta R/R$	=	Taxa de crescimento da *renda total* da população consumidora.
c)	$r = R/P$	=	Renda real *per capita* da população consumidora, referente ao ano *t*.
d)	$i_r = \Delta r/r$	=	Taxa de crescimento da *renda per capita*, da população consumidora.
e)	e_R	=	Elasticidade renda do consumo total.
f)	e_r	=	Elasticidade renda do consumo *per capita*.

Conforme (2-3):

$$e_R = \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta R}{R}}$$

$$\frac{\Delta Q}{Q} = e_R \frac{\Delta R}{R}$$

$$i_Q = e_R i_R \qquad (2\text{-}15)$$

A taxa de crescimento do consumo total equivale ao produto da multiplicação da elasticidade renda do consumo total pela taxa de crescimento da renda total da população consumidora, referentes a um dado período de tempo. Admitindo a hipótese de que a evolução do consumo total possa ser descrita por uma função exponencial, ter-se-á:

$$Q_n = Q_0(1+i_Q)^n \qquad \text{Ou:}$$

$$Q_n = Q_0(1+e_R.i_R)^n \qquad (2\text{-}16)$$

Em termos das variáveis *per capita* as relações anteriores seriam:

$$e_r = \frac{\frac{\Delta q}{q}}{\frac{\Delta r}{r}}$$

$$\frac{\Delta q}{q} = e_r . \frac{\Delta r}{r}$$

$$i_q = e_r \ i_r \qquad (2\text{-}17)$$

Utilizando uma função equação exponencial para descrever a evolução do *consumo per capita* obtém-se as seguintes relações:

$$q_n = q_0 (1 + i_q)^n$$

$$\frac{Q_n}{p_n} = \frac{Q_0}{P_0}(1 + i_q)^n$$

$$Q_n = \frac{Q_0}{P_0} P_n (1 + e_r i_r)^n$$

$$P_n = P_0 (1 + i_p)^n$$

$$Q_n = Q_0 (1 + i_p)^n (1 + e_r i_r)^n$$

$$Q_n = Q_0 (1 + i_p + e_r i_r + e_r i_r i_p)^n$$

De (2-17) tem-se: $i_Q = i_p + i_q + i_q i_p$ (2-18)

A utilização da fórmula (2-18) será exemplificada, com base nos seguintes dados:

Anos	Q	P	R	q	r
0	1.000.000	100.000	20.000.000	10,00	200,00
1	1.200;000	110.000	23.000.000	10,91	209,10
2	1.440.000	121.000	26.450.000	11,90	218,60

Das séries de dados extrai-se as seguintes relações:

$$i_p = 10\% aa$$

Utilizando (2-14)

$$i_q = \frac{(1 + i_Q)}{(1 + i_P)} - 1$$

$$i_q = 9{,}1\% aa$$

Sendo: $$i_r = \frac{(1 + i_R)}{(1 + i_P)} - 1$$

$$i_r = \frac{(1{,}15)}{(1{,}10)} - 1 = 0{,}0455 = 4{,}55\% aa$$

Com base em (2-15): $e_R = \frac{i_Q}{i_R}$

$$e_R = \frac{(0,2)}{(0,15)} = 1,333$$

De acordo com (2-17): $e_r = \frac{i_q}{i_r}$

$$e_r = \frac{0,0910}{0,0455} = 2,0$$

Lembrando a equação (2-18), tem-se que:

$$i_Q = i_p + i_q + i_q i_p$$

$$i_Q = 0,10 + 0,091 \ \ + 0,0090 = 0,2$$

$$i_Q = 20\% aa$$

Outra forma de obter i_Q é, diretamente, a partir de (2-14):

$$i_Q = \left[(1 + i_q)(1 + i_p)\right] - 1$$

$$i_Q = \left[(1 + 0,091)(1 + 0,10_p)\right] - 1$$